

**Zadanie 1. (0-1)**

Na osi liczbowej zaznaczono sumę przedziałów.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiór zaznaczony na osi jest zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

A.  $|x - 3,5| \geq 1,5$

B.  $|x - 1,5| \geq 3,5$

C.  $|x - 3,5| \leq 1,5$

D.  $|x - 1,5| \leq 3,5$

Brudnopis

**Zadanie 2. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba  $\sqrt[3]{-\frac{27}{16}} \cdot \sqrt[3]{2}$  jest równa

A.  $\left(-\frac{3}{2}\right)$

B.  $\frac{3}{2}$

C.  $\frac{2}{3}$

D.  $\left(-\frac{2}{3}\right)$

Brudnopis



## Zadanie 3. (0-2)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$  liczba  $(2n+1)^2 - 1$  jest podzielna przez 8.

3.

0-1-2

Niech  $n \in \mathbb{N}$  i  $n \geq 1$

$$\begin{aligned}(2n+1)^2 - 1 &= 4n^2 + 4n + 1 - 1 = \\ &= 4n^2 + 4n = 4n(n+1) = \\ &= 4k, \text{ gdzie } k = n(n+1)\end{aligned}$$

Wystarczy udowodnić, że  $n(n+1)$  jest liczbą parzystą.

Liczby  $n$  oraz  $n+1$  są kolejnymi liczbami naturalnymi, więc jedno z nich jest liczbą parzystą,

co należało udowodnić.

**Zadanie 4. (0–1)** 

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba  $\log_9 27 + \log_9 3$  jest równa


A. 81

B. 9

C. 4

**D. 2**

*Brudnopis*

**Zadanie 5. (0–1)** 

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Dla każdej liczby rzeczywistej  $a$  wyrażenie  $(2a - 3)^2 - (2a + 3)^2$  jest równe

**A.  $-24a$**

B. 0

C. 18

D.  $16a^2 - 24a$

*Brudnopis*



**Zadanie 6. (0-1)****Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$-2(x + 3) \leq \frac{2 - x}{3}$$

jest przedział

A.  $(-\infty, -4]$ B.  $(-\infty, 4]$ C.  $[-4, \infty)$ D.  $[4, \infty)$ *Brudnopis***Zadanie 7. (0-1)****Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**Jednym z rozwiązań równania  $\sqrt{3}(x^2 - 2)(x + 3) = 0$  jest liczba

A. 3

B. 2

C.  $\sqrt{3}$ D.  $\sqrt{2}$ *Brudnopis*

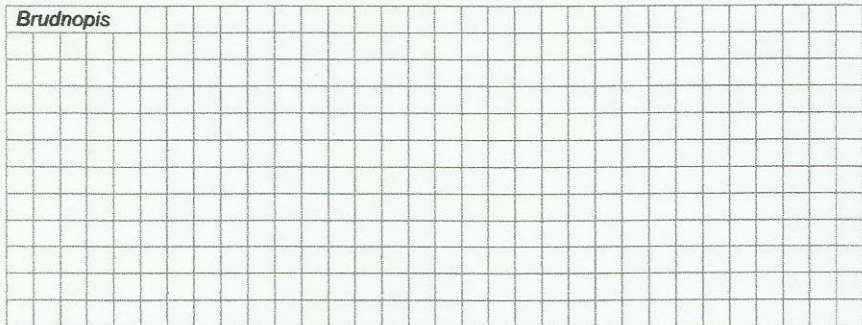
**Zadanie 8. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie  $\frac{(x+1)(x-1)^2}{(x-1)(x+1)^2} = 0$  w zbiorze liczb rzeczywistych

- A.** nie ma rozwiązania.  
**B.** ma dokładnie jedno rozwiązanie:  $-1$ .  
**C.** ma dokładnie jedno rozwiązanie:  $1$ .  
**D.** ma dokładnie dwa rozwiązania:  $-1$  oraz  $1$ .

Brudnopis



9.

0-1-  
2-3**Zadanie 9. (0-3)**

Rozwiąż równanie

$$3x^3 - 2x^2 - 12x + 8 = 0$$

Zapisz obliczenia.

$$\begin{aligned}
 &x^2(3x-2) - 4(3x-2) = 0 \\
 &(3x-2)(x^2-4) = 0 \\
 &(3x-2)(x-2)(x+2) = 0 \\
 &3x-2=0 \quad \text{lub} \quad x-2=0 \quad \text{lub} \quad x+2=0 \\
 &x = \frac{2}{3} \quad \text{lub} \quad x = 2 \quad \text{lub} \quad x = -2
 \end{aligned}$$

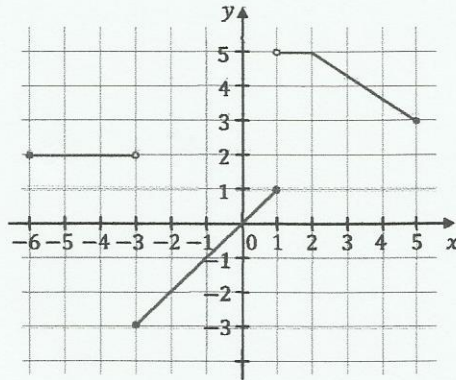






**Zadanie 12.**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  narysowano wykres funkcji  $y = f(x)$  (zobacz rysunek).

**Zadanie 12.1. (0-1) [100%]**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dziedziną funkcji  $f$  jest zbiór

- A.**  $[-6, 5]$       **B.**  $(-6, 5)$       **C.**  $(-3, 5]$       **D.**  $[-3, 5]$

Brudnopis

**Zadanie 12.2. (0-1) [100%]**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Największa wartość funkcji  $f$  w przedziale  $[-4, 1]$  jest równa

- A.** 0      **B.** 1      **C.** 2      **D.** 5

Brudnopis





**Zadanie 12.3. (0–1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja  $f$  jest malejąca w zbiorze

A.  $[-6, -3)$

B.  $[-3, 1]$

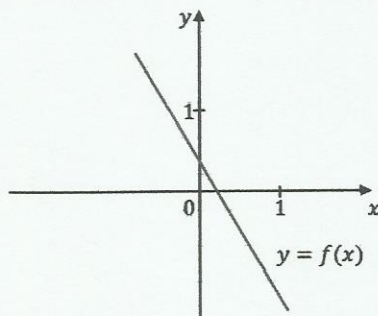
C.  $(1, 2]$

**D.**  $[2, 5]$

*Brudnopis*

**Zadanie 13. (0–1)**

Funkcja liniowa  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = ax + b$ , gdzie  $a$  i  $b$  są pewnymi liczbami rzeczywistymi. Na rysunku obok przedstawiono fragment wykresu funkcji  $f$  w kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$ .



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba  $a$  oraz liczba  $b$  we wzorze funkcji  $f$  spełniają warunki:


A.  $a > 0$  i  $b > 0$ .

B.  $a > 0$  i  $b < 0$ .

**C.**  $a < 0$  i  $b > 0$ .

D.  $a < 0$  i  $b < 0$ .

*Brudnopis*

**Zadanie 14. (0–1)** 

Jednym z miejsc zerowych funkcji kwadratowej  $f$  jest liczba  $(-5)$ . Pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli, będącej wykresem funkcji  $f$ , jest równa  $3$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Drugim miejscem zerowym funkcji  $f$  jest liczba

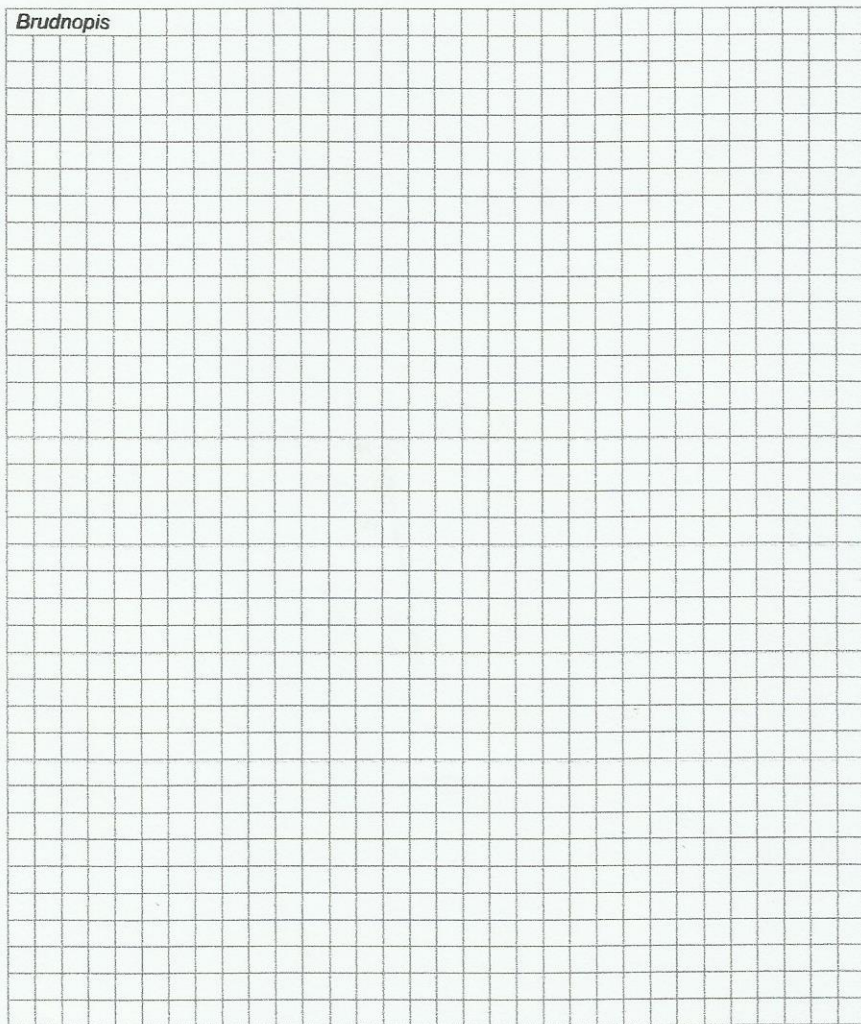
A.  $11$

B.  $1$

C.  $(-1)$

D.  $(-13)$

*Brdnopis*





**Zadanie 17. (0-2)**

Pan Stanisław spłacił pożyczkę w wysokości 8910 zł w osiemnastu ratach. Każda kolejna rata była mniejsza od poprzedniej o 30 zł.

17.

0-1-2

Oblicz kwotę pierwszej raty. Zapisz obliczenia.

$$S_{18} = 8910, \quad m = 18, \quad r = -30$$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1) \cdot r}{2} \cdot n$$

$$\frac{2a_1 + 17 \cdot (-30)}{2} \cdot 18 = 8910$$

$$(2a_1 - 510) \cdot 9 = 8910 \quad | :9$$

$$2a_1 - 510 = 990$$

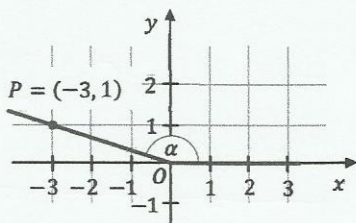
$$2a_1 = 1500 \quad | :2$$

$$a_1 = 750 \text{ zł} \quad \text{— pierwsza rata}$$



**Zadanie 18. (0-1)**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  zaznaczono kąt  $\alpha$  o wierzchołku w punkcie  $O = (0, 0)$ . Jedno z ramion tego kąta pokrywa się z dodatnią półosią  $Ox$ , a drugie przechodzi przez punkt  $P = (-3, 1)$  (zobacz rysunek).



**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Tangens kąta  $\alpha$  jest równy

A.  $\frac{1}{\sqrt{10}}$

B.  $\left(-\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$

C.  $\left(-\frac{3}{1}\right)$

**D.**  $\left(-\frac{1}{3}\right)$

*Brudnopis*

**Zadanie 19. (0-1)**

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Dla każdego kąta ostrego  $\alpha$  wyrażenie  $\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$  jest równe

**A.**  $\sin^2 \alpha$

B.  $\sin^6 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$

C.  $\sin^4 \alpha + 1$

D.  $\sin^2 \alpha \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot (\sin \alpha - \cos \alpha)$

*Brudnopis*

**Zadanie 20. (0-1)**

W rombie o boku długości  $6\sqrt{2}$  kąt rozwarty ma miarę  $150^\circ$ .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Iloczyn długości przekątnych tego rombu jest równy

A. 24

**B. 72**

C. 36

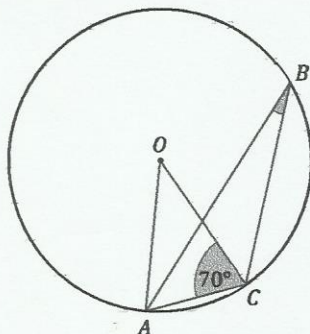
D.  $36\sqrt{2}$

Brudnopis

**Zadanie 21. (0-1)**

Punkty  $A, B, C$  leżą na okręgu o środku w punkcie  $O$ .

Kąt  $ACO$  ma miarę  $70^\circ$  (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie.

Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego  $ABC$  jest równa

A.  $10^\circ$

**B.  $20^\circ$**

C.  $35^\circ$

D.  $40^\circ$

Brudnopis



Zadanie 22. (0-2)

Trójkąty prostokątne  $T_1$  i  $T_2$  są podobne. Przyprostokątne trójkąta  $T_1$  mają długości 5 i 12. Przeciwprostokątna trójkąta  $T_2$  ma długość 26.

Oblicz pole trójkąta  $T_2$ . Zapisz obliczenia.

22.  
0-1-2

$T_1$   
 5  
 12  
 $c$

$T_2$   
 $b$   
 $a$   
 26

$$c^2 = 5^2 + 12^2$$

$$c^2 = 25 + 144$$

$$c^2 = 169$$

$$c = 13$$

$T_2 \sim T_1$  w skali  $k=2$

$$\frac{P_2}{P_1} = k^2$$

$$\frac{P_2}{30} = 2^2$$

$$P_2 = 4 \cdot 30$$

$$P_2 = 120$$

**Zadanie 23. (0-1)**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  dane są proste  $k$  oraz  $l$  o równaniach

$$k: y = \frac{2}{3}x$$

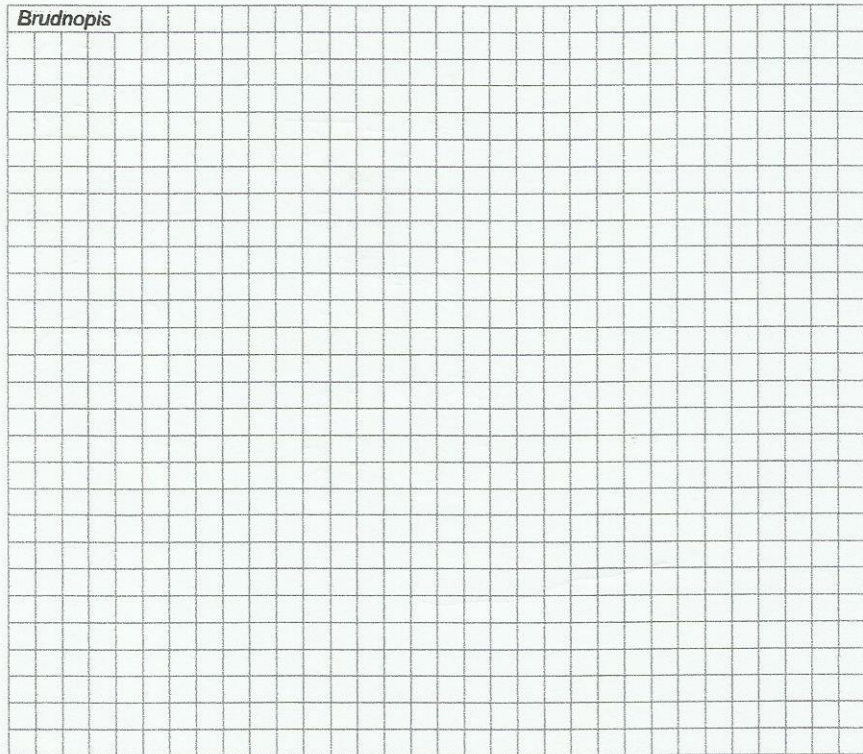
$$l: y = -\frac{3}{2}x + 13$$

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A albo B oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.

Proste  $k$  oraz  $l$

A.	są prostopadłe	i przecinają się w punkcie $P$ o współrzędnych	1.	$(-6, -4)$
	B.		nie są prostopadłe	2.
3.				$(-6, 4)$

*Brudnopis*





**Zadanie 24. (0-1)**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  dana jest prosta  $k$  o równaniu

$$y = -\frac{1}{3}x + 2$$

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Prosta o równaniu  $y = ax + b$  jest równoległa do prostej  $k$  i przechodzi przez punkt  $P = (3, 5)$ , gdy

A.  $a = 3$  i  $b = 4$ .

B.  $a = -\frac{1}{3}$  i  $b = 4$ .

C.  $a = 3$  i  $b = -4$ .

D.  $a = -\frac{1}{3}$  i  $b = 6$ .

Brudnopis

**Zadanie 25. (0-1)**

Dany jest graniastosłup prawidłowy czworokątny, w którym krawędź podstawy ma długość 15. Przekątna graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem  $\alpha$  takim, że  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Długość przekątnej tego graniastosłupa jest równa

A.  $15\sqrt{2}$

B. 45

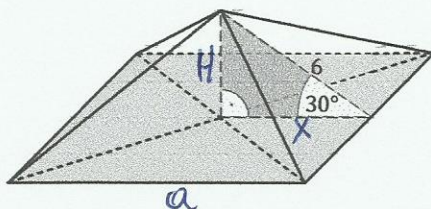
C.  $5\sqrt{2}$

D. 10

Brudnopis

**Zadanie 26. (0-4)**

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa jest nachylna do płaszczyzny podstawy pod kątem  $30^\circ$  i ma długość równą 6 (zobacz rysunek).



26.

Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.

$$\sin 30^\circ = \frac{H}{6}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{H}{6}$$

$$\underline{H=3}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{x}{6}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{6}$$

$$\underline{x=3\sqrt{3}}$$

$$a=2x$$

$$\underline{a=6\sqrt{3}}$$

$$P_p = a^2$$

$$P_p = (6\sqrt{3})^2$$

$$P_p = 108$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 108 \cdot 3$$

$$\underline{V=108}$$

$$P_b = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{3} \cdot 6$$

$$P_b = 72\sqrt{3}$$

$$P_c = P_p + P_b$$

$$\underline{P_c = 108 + 72\sqrt{3}}$$



**Zadanie 27. (0–1)**

W pewnym ostrosłupie prawidłowym stosunek liczby  $W$  wszystkich wierzchołków do liczby  $K$  wszystkich krawędzi jest równy  $\frac{W}{K} = \frac{3}{5}$ .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Podstawą tego ostrosłupa jest

- A. kwadrat.  B. pięciokąt foremny.  
C. sześciokąt foremny.  D. siedmiokąt foremny.

*Brdnopis*

**Zadanie 28. (0–1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym występują tylko cyfry 0, 5, 7 (np. 57 075, 55 555), jest

- A.  $5^3$  B.  $2 \cdot 4^3$   C.  $2 \cdot 3^4$  D.  $3^5$

*Brdnopis*





**Zadanie 30. (0-2)**

Ze zbioru ośmiu liczb  $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  losujemy ze zwracaniem kolejno dwa razy po jednej liczbie.

30.

0-1-2

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$  polegającego na tym, że iloczyn wylosowanych liczb jest podzielny przez 15. Zapisz obliczenia.

$$|\Omega| = 8 \cdot 8$$

$$|\Omega| = 64$$

$$A = \{ (3,5), (5,3), (6,5), (5,6), (9,5), (5,9) \}$$

$$|A| = 6$$

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

$$P(A) = \frac{6}{64}$$

$$P(A) = \frac{3}{32}$$



**Zadanie 31.**

Właściciel pewnej apteki przeanalizował dane dotyczące liczby obsługiwanych klientów z 30 kolejnych dni. Przyjmijmy, że liczbę  $L$  obsługiwanych klientów  $n$ -tego dnia opisuje funkcja

$$L(n) = -n^2 + 22n + 279$$

gdzie  $n$  jest liczbą naturalną spełniającą warunki  $n \geq 1$  i  $n \leq 30$ .

**Zadanie 31.1. (0-1)**

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Łączna liczba klientów obsługanych w czasie wszystkich analizowanych dni jest równa $L(30)$ .	P	<input checked="" type="radio"/> F
W trzecim dniu analizowanego okresu obsłużono 336 klientów.	<input checked="" type="radio"/> P	F

*Brdnopis*

**Zadanie 31.2. (0-2)**

Którego dnia analizowanego okresu w aptece obsłużono największą liczbę klientów? Oblicz liczbę klientów obsługanych tego dnia. Zapisz obliczenia.

31.2.

0-1-2

$$n_0 = \frac{-22}{-2}$$

$$\underline{n_0 = 11}$$

$$L(11) = -11^2 + 22 \cdot 11 + 279$$

$$L(11) = -121 + 242 + 279$$

$$\underline{L(11) = 400}$$

Największą liczbę klientów obsłużono 11 dnia,  
a ich liczba wyniesi 400.